pose A'(x',y',z'). On a $\overrightarrow{AA'} = \beta\vec{n}$. On obtient $(AA'): \begin{cases} x' = 2\beta \\ y' = -2\beta \\ z' = 2+\beta \end{cases} (\beta \in IR)$. $A' \in P_1 \Rightarrow$

$2(2\beta) - 2(-2\beta) + (2+\beta) + 13 = 0$ ce qui donne $\beta = \frac{-15}{9} = \frac{-5}{3}$ par suite $A'\left(\frac{-10}{3}, \frac{10}{3}, \frac{1}{3}\right)$ et $\vec{u_1} = \overrightarrow{AA'} \begin{pmatrix} \frac{-10}{3} \\ \frac{10}{3} \\ \frac{-5}{3} \end{pmatrix}$.

4) $t_{\vec{u_2}}(P) = P_2$ et $A(0,0,2) \in P$. On pose $A'' = t_{\vec{u_2}}(A)$. On a alors : $A'' \in P_2$ et $\overrightarrow{AA''} = \vec{u_2}$ et la droite (AA'') coupe P_2 en A''. Or la droite (AA'') est confondue avec la droite (AA'). $A'' \in P \Rightarrow 2(2\beta) - 2(-2\beta) + (2+\beta) - 5 = 0$

ce qui donne $\beta = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ par suite $A''\left(\frac{2}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{7}{3}\right)$ et $\vec{u_2} = \overrightarrow{AA''} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{-2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$; les translations qui répondent à la question sont $t_{\vec{u_1}}$ et $t_{\vec{u_2}}$.

Exercice N°13 On considère dans l'espace un cube d'arête 3cm, noté ABCDEFGH. Soit I le barycentre des points pondérés (E,2) et (F,1) ; J celui de (F,1) et (B,2) et enfin K celui de (G,2) et (C,1). On note Δ l'ensemble des points équidistants de I, J et K.

1) Soit Ω le point de Δ située dans le plan (IJK). Que représente ce point pour le triangle IJK ?

Dans la suite de l'exercice, on ce place dans un repère orthonormé $\left(A, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$.

2) Donner les coordonnées des points I, J et K.

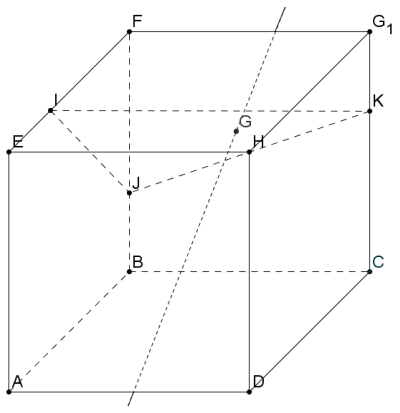
3) Soit P(2,0,0) et Q(1,3,3). Montrer que (PQ) est orthogonale au plan (IJK).

4) Soit M(x,y,z) un point de l'espace. a) Montrer que $M \in \Delta \Leftrightarrow (x,y,z)$ est une solution d'un système de deux équations linéaires que l'on écrira. Quelle est la nature de Δ ? b) Vérifier que P et Q appartiennent à Δ.

5) a) Donner une équation cartésienne du plan (IJK). b) En déduire les coordonnées exactes de Ω.

6) Soit N un point variable de [EF]. Déterminer le lieu géométrique du centre de gravité du triangle ABN puis celui de centre du tétraèdre ABNC.

Exercice N°13 1) $\Omega \in \Delta$ *donc* $\Omega I = \Omega J = \Omega K$. $\Omega \in (IJK)$ *donc* Ω est le centre du cercle circonscrit au triangle IJK.



1) I barycentre des points pondérés (E,2) et (F,1) donc $2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AI}$ $d'où$ $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AE} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AF}$. On a E(0,0,3) F(0,3,3) donc I(0,1,3) de même pour J(0,3,1) et K(3,3,2).

2) $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{IJ}\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{IK}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. $\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{PQ}.\overrightarrow{IJ} = 6-6 = 0 \text{ donc } (PQ) \perp (IJ) \\ \overrightarrow{PQ}.\overrightarrow{IK} = -3+6-3 = 0 \text{ donc } (PQ) \perp (IK) \end{array}\right\}$ $d'où$ $(PQ) \perp (IJK)$

.

Devoir.th
Toutes les matières, tous les niveaux...